

LXIV олимпиада по математике Эстонии
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА
Таллинн, 17 января 2017 года
VIII класс

Время, отводимое для решения: 3 часа.

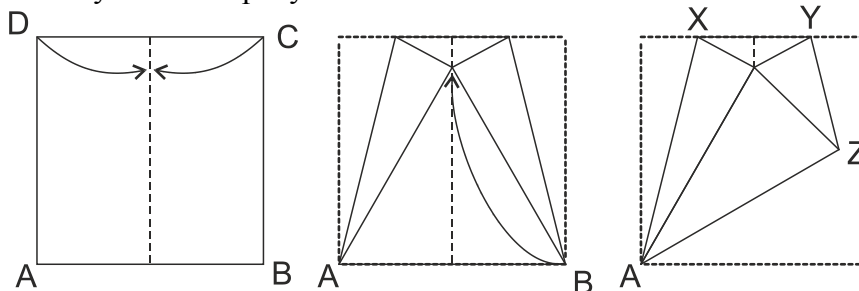
Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. Каждый прыжок маленькой лягушки на 20% короче прыжка большой лягушки, но за одно и то же время маленькая лягушка делает на 20% больше прыжков, чем большая. Маленькая лягушка, прыгая, за определенное время преодолела 24 метра. Какое расстояние преодолела за это же время большая лягушка?

2. Имеются восемь одинаковых кубиков, размеры которых $1 \times 1 \times 1$. На гранях каждого кубика записаны натуральные числа от 1 до 6 так, что на всех гранях записаны различные числа, и на грани противоположной числу 1 записано число 2; на грани, противоположной числу 3 записано число 5 и на грани, противоположной числу 4 записано число 6. Из этих кубиков требуется построить куб размером $2 \times 2 \times 2$. Пусть число A есть наибольшая, а число B есть наименьшая возможная сумма чисел, записанных на гранях этого куба. На сколько число A больше числа B ?

3. Квадратный лист бумаги $ABCD$ сначала сгибается так, чтобы вершины C и D совпали на отрезке, который делит этот лист пополам, причем линии сгиба проходят через вершины B и A соответственно. Затем сгибают бумагу так, чтобы вершина B совпала бы с вершинами C и D . Таким образом получается четырехугольник $AZYX$. Найди величины углов четырехугольника $AZYX$.



4. Петр записывает числа в ячейки таблицы 3×3 так, что в каждой строке, в каждом столбце и в каждой из диагоналей среднее из трех чисел является средним арифметическим крайних чисел. Найди значения чисел x и y .

x	7	
9		y
		20

5. На доске записано некоторое количество натуральных чисел. Известно, что одно из чисел отличается от суммы всех остальных чисел на 1, т.е. оно или больше, или меньше суммы на 1. Возможно ли среди этих чисел выбрать некоторые числа (может быть одно число) так, чтобы их сумма отличалась от суммы остальных чисел на 10?